

Las guitarras, los espejos, las fluctuaciones cuánticas y las matemáticas del infinito: El efecto Casimir

W. Luis Mochán
Instituto de Ciencias Físicas, UNAM
Academia de Ciencias de Morelos
25 de Septiembre de 2007

-Uno mas dos mas tres...

-¿Hasta qué número vas a sumar?

-...mas cuatro mas cinco. Todos, sin olvidar ninguno. Mas seis mas...

-¡No se puede!

-siete mas ocho. ¡Claro que se puede!... ¡Si no me interrumpieras! Mas nueve...

-Pero esa serie es divergente, no converge, el resultado es infinito.

-Espérame tantito, me voy a apurar (silencio) ¡Ya está!

-¿En serio?, ¿cuánto da?

-Un doceavo, negativo.

Al lector le parecerá absurda esta conversación, pero podría ser una conversación real entre un matemático y un físico. Los físicos hacemos en ocasiones operaciones que podrían considerarse herejías matemáticas. Con frecuencia esas herejías conducen a errores, pero en ocasiones conducen a aciertos que han abierto nuevos campos de estudio en matemáticas. En esta entrega quiero platicarles sobre un problema físico que conduce a sumas tan extrañas como la planteada arriba: el efecto Casimir.

Para empezar, el lector deberá tomar su guitarra. Si no tiene, debe conseguir un amigo guitarrista. Rasgue alguna cuerda al aire (la que desee) con el dedo índice de su mano derecha y escuche. No hay sorpresa. Se oye un tono musical, la nota fundamental de la cuerda. Si Ud. escogió la quinta cuerda, contando de abajo hacia arriba, habrá escuchado una nota cercana a la, con una frecuencia de 220 oscilaciones por segundo (220 Hz).

Ahora viene la parte difícil. Coloque el dedo índice de su mano izquierda sobre el primer traste de la cuerda y presione. Rasgue de nuevo la cuerda y escuchará un tono ligeramente más agudo por haber acertado la cuerda. A continuación disminuya la presión hasta que su dedo apenas esté en contacto con la cuerda. Al rasgarla, escuchará de nuevo el tono inicial, pero ahora apagado y desagradable. La cuerda intenta vibrar en su tono fundamental, pero el dedo le roba toda la energía y se lo impide.

Repita este experimento pero colocando con suavidad su índice izquierdo sobre el punto medio de la cuerda, justo arriba del doceavo traste. Rasgue. Escuche. Si todo salió bien, debe haber escuchado una nota pura mucho más aguda. En la quinta cuerda sería de 440 Hz. Esta nota seguirá sonando incluso si Ud. retira el índice izquierdo.

Ahora coloque su índice izquierdo sobre uno de los puntos que

dividen a la cuerda en tres partes iguales, por ejemplo, sobre el séptimo traste, y repita la operación (ver figura 1). Recuerde, sin presionar. Luego pruebe el quinto traste. Continúe experimentando con otras posiciones. Notará que en algunas posiciones la cuerda generará sonidos muy puros y en otras posiciones sólo un ruido apagado.



Figura 1: Se muestra una guitarra vista de canto y una cuerda oscilando cuando un dedo es colocado sobre el traste número siete.

Lo que ilustra el ejercicio anterior es que una cuerda al aire puede vibrar de muchas maneras distintas dando origen a su tono fundamental o a uno de sus muchos armónicos.

Sobre una cuerda tensa se propagan ondas. Estas ondas se reflejan cuando llegan al extremo de la cuerda y se vuelven a reflejar cuando llegan al extremo opuesto. Este ir y venir sólo es posible cuando la onda múltiplemente reflejada es idéntica a la onda inicial, pues de lo contrario, la interferencia destructiva acabaría con la vibración. Esta condición determina la frecuencia del tono fundamental y la de cada uno de los armónicos, que resultan ser múltiplos enteros de la frecuencia fundamental.

Ahora considere dos espejos, uno frente al otro. Si lográramos inyectar luz entre ellos, las ondas luminosas rebotarían entre uno y el otro. De manera análoga a las vibraciones de la cuerda, la luz entre los espejos puede oscilar con una de varias frecuencias, la fundamental y sus armónicas constituidas por múltiplos enteros.

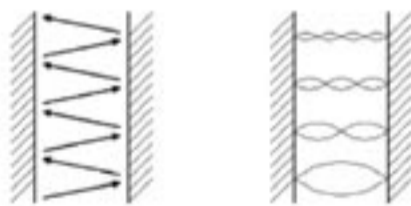


Figura 2: En el lado izquierdo se muestra un rayo de luz atrapado entre dos espejos. De lado derecho se muestra el campo eléctrico asociado a los primeros modos normales de oscilación de la luz atrapada entre dos espejos.

La mecánica cuántica nos enseña que nada está quieto, todo se mueve, todo fluctúa, inclusive el campo electromagnético que conforma la luz. Estas fluctuaciones tienen una energía asociada. En el caso de sistemas que vibran Plank y Einstein descubrieron en los albores del siglo XX que esta energía es proporcional a la frecuencia. Pero la luz entre dos espejos no tiene una sino un número infinito de frecuencias que son múltiplos enteros (1,2,3,...) de cierta frecuencia fundamental. Por lo tanto, la electrodinámica cuántica predice que la energía asociada a las fluctuaciones luminosas en el espacio vacío entre dos espejos, la

llamada energía de punto cero, es proporcional a $1+2+3+\dots$, i.e., ¡es infinitamente grande! Este es un desastre conocido como la catástrofe ultravioleta.

Pero no nos preocupemos: la física elemental nos muestra que lo importante no es la energía misma, sino sus cambios cuando modificamos al sistema. Por ello, la energía infinita descrita arriba fue ignorada durante muchos años como una constante, ridículamente grande pero irrelevante.

Fue a mediados del siglo XX cuando Hendrik B. G. Casimir se percató que, así como el tono de una cuerda de guitarra depende de su longitud, las frecuencias del campo electromagnético entre dos espejos dependen de su separación. Por lo tanto, la energía de punto cero ¡no es una constante! La energía depende de la separación entre los espejos. Por lo tanto, para mover los espejos debemos hacer trabajo, i.e., vencer una fuerza. Para calcularla se debe extraer la parte finita de sumas infinitas como las mostradas al principio de esta entrega.

La fuerza de Casimir es una manifestación macroscópica de las leyes fundamentales de la mecánica cuántica. Está presente entre cualesquiera dos superficies, pero es muy pequeña a distancias macroscópicas por lo que tardó muchos años en ser medida con precisión. Durante medio siglo se le consideró una mera curiosidad. Sin embargo, dicha fuerza se vuelve muy grande a distancias nanométricas, por lo que jugará un papel cada vez más importante en esta época de miniaturización y de construcción de micro- y pronto nano-máquinas. Recientemente se ha vuelto un tema importante de investigación con sus propias conferencias internacionales para reunir a los expertos de todo el mundo.

Mediante una colaboración entre investigadores de los Institutos de Ciencias Físicas (Morelos) y de Física (DF) de la UNAM y con estudiantes de licenciatura y postgrado de la Facultad de Ciencias de la UAEM (Morelos) se ha elaborado una nueva teoría que ha permitido cálculos precisos de la fuerza de Casimir entre materiales reales y no sólo entre espejos ideales. Esta teoría toma en cuenta que los espejos reales no reflejan toda la luz que incide sobre ellos, sino absorben una parte. Al hacerlo, excitan vibraciones atómicas y transiciones electrónicas que eventualmente se des-excitan produciendo luz de nueva cuenta. Nuestro resultado principal nos permite calcular la fuerza de Casimir a partir de las propiedades ópticas de los espejos, es decir, de su color. Hemos predicho efectos similares, tales y como una torca de Casimir y una nueva fuerza electrónica de Casimir.

Llenos de optimismo por nuestros éxitos, recientemente generalizamos nuestros resultados a cavidades de distintas formas y... para nuestra decepción, obtuvimos una nueva singularidad asociada a la curvatura, un nuevo infinito, una catástrofe, pero ahora infrarroja en lugar de ultravioleta. Así es la ciencia, llena de sorpresas y retos además de satisfacciones. Ahora tendremos que entender la relación entre la geometría y la nueva singularidad y hallar la forma de domarla y eliminarla.

A nuestros lectores:

La semana pasada, un problema técnico con el archivo recibido originalmente impidió presentar de manera correcta y completa la colaboración del Doctor Luis Mochán, que se reproduce a continuación.